Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

III РАЗРЕД

1. Љиљана има 95 салвета. Славица има пет пута мање салвета од Љиљане, а Биљана има за 5 салвета више од Славице. Колико салвета има Биљана?

2. Ако је $a + b = 210$, израчунај:
а) $(a + 50) + b$; б) $a + (b + 20)$; в) $(a - 10) + b$;
г) $(a - 30) + (b - 30)$; д) $a + (b - 70)$.

3. Које бројеве треба написати на црте тако да једнакост буде тачна:

$$8 \cdot \_\_\_\_ + 8 : \_\_\_\_ = 60?$$

4. Израчунај непознати умањеник ако је умањилац разлика бројева 610 и 376, а разлика је највећи непаран број шесте стотине.

5. У возу је било 953 путника. На првој станици су из воза изашли неки путници, а ушло их је 30. Колико путника је изашло из воза на првој станици ако их је до друге станице у возу било 514?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

III РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Славица има $95 : 5 = 19$ салвета [**10 поена**], а Биљана $19 + 5 = 24$ салвете [**10 поена**].

2. (**МЛ 55/1**) а) $(a + 50) + b = 210 + 50 = 260$ [**4 поена**];
б) $a + (b + 20) = 210 + 20 = 230$ [**4 поена**];
в) $(a - 10) + b = 210 - 10 = 200$ [**4 поена**];
г) $(a - 30) + (b - 30) = (210 - 30) - 30 = 150$ [**4 поена**];
д) $a + (b - 70) = 210 - 70 = 140$ [**4 поена**].

3. Бројеви које треба уписати су 7 и 2, па израз гласи $8 \cdot \mathbf{7} + 8 : \mathbf{2} = 60$ [**20 поена**].

4. (**МЛ 55/1**) $x - (610 - 376) = 599;$ [**10 поена**]
$x - 234 = 599;$ [**5 поена**]
$x = 833.$ [**5 поена**]

5. (**МЛ 55/1**) Када је на првој станици изашло x путника, остало их је $953 - x$. Када их је ушло 30 укупно их је било $(953 - x) + 30$. Дакле,
$(953 - x) + 30 = 514,$ [**10 поена**]
$953 - x = 484,$ [**3 поена**]
$x = 953 - 484,$ [**4 поена**]
$x = 469.$ [**3 поена**]

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

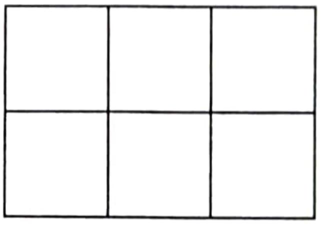
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

IV РАЗРЕД

1. Чика Пера има два штапа. Већи је дужине 172 cm, а краћи 45 cm. Чика Пера жели да измери дужину собе. Соба је дугачка као 3 дужине дужег штапа и још 2 дужине краћег штапа. Колико је соба дугачка?

2. Ако је $a - b = 2\,021$, израчунај:
а) $(a - 121) - (b + 121)$; б) $a + 121 - (b - 121)$;
в) $a - (b + 121)$.

3. Слика је добијена од шест једнаких квадрата. Колико на слици има:
а) дужи;
б) правоугаоника који нису квадрати;
в) правоугаоника рачунајући и квадрате?



4. Са колико се најмање новчаница може исплатити сума од 690 динара? (Могу се користити новчанице од 10, 20, 50, 100, 200 и 500 динара и то произвољан број новчаница сваке вредности.)

5. Бака је купила јабуке. Прво су деца за ужину појела половину од укупног броја јабука. После тога је деда за ужину појео једну јабуку. Кад су деца увече појела још половину преосталих јабука, остале су само три јабуке. Колико комада јабука је купила бака?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Дужина собе је

172 cm + 172 cm + 172 cm + 45 cm + 45 cm = 606 cm [**20 поена**].

2. (**МЛ 55/1**)

а) $(a-121)-(b+121)=(2\,021-121)-121=1\,779$ [**6 поена**];

б) $a+121-(b-121)=(2\,021+121)+121=2\,263$ [**7 поена**];

в) $a-(b+121)=2\,021-121=1\,900$ [**7 поена**].

3. (**МЛ 54/5**) а) 30 дужи [**7 поена**];

б) 10 правоугаоника који нису квадрати [**7 поена**];

в) 18 правоугаоника [**6 поена**].

4. Са 5 новчаница: 500 + 100 + 50 + 20 + 20 = 690 [**20 поена**].

5. (**МЛ 54/5**) Деца су увече појела 3 јабуке, па их је пре тога било 6 [**5 поена**]. Деда је појео 1 јабуку, па је пре тога било 7 јабука [**5 поена**]. Деца су за ужину појела 7 јабука [**5 поена**], па закључујемо да је баба купила 7 + 7 = 14 јабука [**5 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

V РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза

$$(a-b):(c+5\cdot d-1)$$

ако је $a=1\ 111$, $b=22$, $c=15$, $d=17$.

2. Одреди два узастопна садржаоца броја 11 између којих се налази број 12 345.

3. Производ два броја је 1 071. Ако се један од чинилаца повећа за 30, производ је 1 701. О којим бројевима је реч?

4. Колико има бројева који при дељењу са 17 имају остатак 5, а који су већи од 402 и мањи од 994?

5. Три једнаке коцке постављене су једна на другу тако да образују квадар површине 126 cm^2. Одреди запремину тог квадра.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

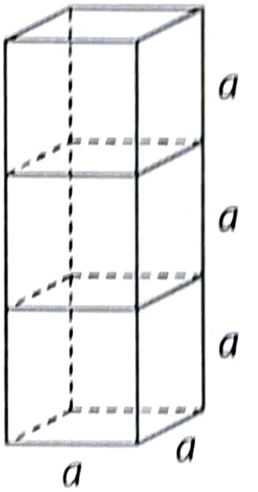
1. (**МЛ 54/1**) $(1\,111 - 22) : (15 + 5 \cdot 17 - 1) = 1\,089 : 99 = 11$. Тачно израчуната вредност израза $a - b = 1\,089$ [**2 поена**], $c + 5 \cdot d - 1 = 99$ [**10 поена**] и целог израза $(a - b) : (c + 5 \cdot d - 1) = 11$ [**8 поена**].

2. (**МЛ 55/1**) Како је $1\,122 \cdot 11 = 12\,342 < 12\,345$ [**10 поена**] и $12\,345 < 1\,123 \cdot 11 = 12\,353$ [**10 поена**], то су тражени бројеви 12 342 и 12 353.

3. Означимо чиниоце са a и b. Из $a \cdot b = 1\,071$ и $(a + 30) \cdot b = 1\,701$ [**5 поена**], добијамо $30 \cdot b = 630$, одакле је $b = 21$ [**10 поена**], па је $a = 51$ [**5 поена**].

4. (**МЛ 55/1**) Из неједнакости $402 < 17 \cdot k + 5 < 994$ [**8 поена**] налазимо $397 < 17 \cdot k < 989$ [**2 поена**], тј. $24 \leq k \leq 58$ [**5 поена**]. Тражених бројева има $58 - 24 + 1 = 35$ [**5 поена**].

5. Нека је ивица коцке дужине a. Дужине ивица квадра су онда a, a и $3 \cdot a$. Површина овог квадра једнака је $14 \cdot a \cdot a = 126\ \text{cm}^2$ [**8 поена**], па је $a \cdot a = 9\ \text{cm}^2$ [**2 поена**], одакле је $a = 3$ cm [**2 поена**]. Запремина квадра је $a \cdot a \cdot (3 \cdot a) = 3\ \text{cm} \cdot 3\ \text{cm} \cdot 9\ \text{cm} = 81\ \text{cm}^3$ [**8 поена**].



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

VI РАЗРЕД

1. Ако је

$$a=\frac{3}{4}-\frac{1}{6},\quad b-\frac{2}{3}=a,\quad c=b:12\frac{1}{2}\quad \text{и}\quad d:c=1\frac{3}{7},$$

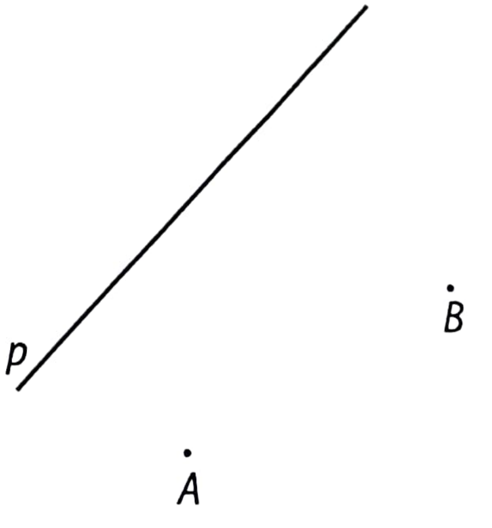
израчунај d.

2. Возећи између града А и града В бициклиста је првог дана прешао $\frac{1}{4}$, а другог дана 30% целог пута. До циља је преостало још 180 km. Колико је растојање између та два града?

3. Израчунај највећи могући збир пет природних бројева чији је производ 2 020.

4. Дати су скупови $A = \{-18, -7, 4, 9\}$ и $B = \{-14, 0, 15\}$. Израчунај најмању вредност израза $|a| - |b|$, $a \in A$, $b \in B$.

5. Прецртај слику на папир који ћеш предати. Дате су тачке A и B и права p, као на слици. На правој p одреди тачку C која је једнако удаљена од тачака A и B.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 54/5**) $a=\frac{7}{12}$ [**5 поена**], $b=\frac{5}{4}$ [**5 поена**], $c=\frac{1}{10}$ [**5 поена**], $d=\frac{1}{7}$ [**5 поена**].

2. Означимо тражену удаљеност са x. Тада је $\frac{x}{4}+0{,}3x+180\text{ km}=x$ [**10 поена**], тј. $0{,}45x = 180$ km, па је $x = 400$ km [**10 поена**].

3. (**МЛ 54/5**) Како је $2\,020 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$ [**5 поена**], број 2 020 се може представити у облику производа 5 бројева на више начина:

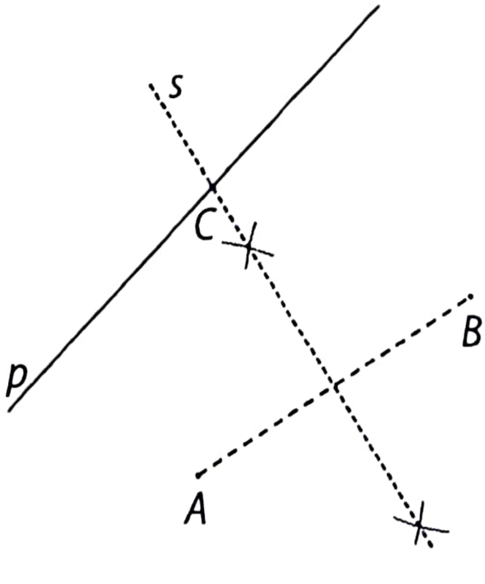
$$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101;\ 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 101;\ 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 101;\ 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 202;\ ...$$

Највећи збир ових чинилаца ће бити у случају $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2\,020$ јер је један од чинилаца (2 020) већи од свих осталих збирова. Дакле, највећи могући збир је 2 024 [**15 поена**].

4. (**МЛ 55/1**) Вредност израза $|a| - |b|$ ће бити најмања ако је $|a|$ најмање могуће, а $|b|$ највеће могуће [**5 поена**]. Најмања вредност за $|a|$ је у случају $a = 4$, а највећа вредност за $|b|$ је за $b = 15$. Тада је

$$|a| - |b| = 4 - 15 = -11 \text{ [15 поена]}.$$

5. Нека је s симетрала дужи AB. Све тачке на симетрали дужи AB су једнако удаљене од тачака A и B, па је тражена тачка C пресек правих p и s [**20 поена**].



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

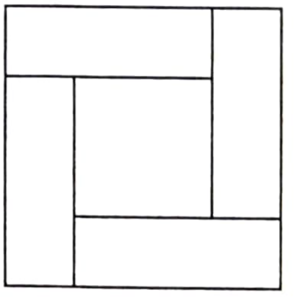
VII РАЗРЕД

1. Израчунај вредност израза

$$\sqrt{1+\frac{9}{16}}-\sqrt{\frac{9}{16}}+\sqrt{1-\frac{16}{25}}+\sqrt{\frac{16}{25}}.$$

2. Упореди бројеве $5\sqrt{7}$ и $6\sqrt{5}$.

3. Квадрат странице 10 cm је подељен на четири подударна правоугаоника и мали квадрат. (Види слику.) Дужина мање и дужина веће странице једног од правоугаоника је у размери 1 : 3. Који део површине великог квадрата је површина малог квадрата?

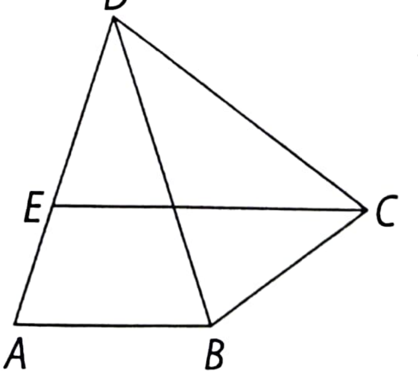


4. Испитај да ли су бројеви

$$a=1{,}232323\ldots \quad \text{и} \quad b=\sqrt{0{,}222\ldots}$$

рационални или ирационални.

5. Нека су ABD, BCD и DEC подударни једнакокраки троуглови и тачка E припада дужи AD. Израчунај мере углова ABD и DCE.



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 54/5**) $\sqrt{1+\frac{9}{16}}=\frac{5}{4}$ [**6 поена**], $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$ [**2 поена**], $\sqrt{1-\frac{16}{25}}=\frac{3}{5}$ [**6 поена**], $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$ [**2 поена**]. Вредност израза је $\frac{5}{4}-\frac{3}{4}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{19}{10}$ [**4 поена**].

2. (**МЛ 54/5**) Нека је $a=5\sqrt{7}$ и $b=6\sqrt{5}$. Тада је

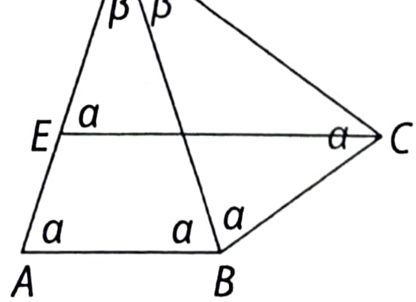
$$a^2=(5\sqrt{7})^2=25\cdot 7=175 \text{ [**7 поена**]},$$

$$b^2=(6\sqrt{5})^2=36\cdot 5=180 \text{ [**7 поена**]}.$$

Како је $b^2 > a^2$, то је $b > a$ [**6 поена**].

3. (**МЛ 54/1**) Ако су странице правоугаоника дужине a и $3a$, тада је $a + 3a = 10$ cm, па је $a = 2{,}5$ cm [**8 поена**]. Страница мањег квадрата је $b = 10$ cm $- 2a = 5$ cm [**10 поена**], па је површина мањег квадрата $P = b^2 = 25$ cm^2 и једнака је четвртини површине великог квадрата [**2 поена**].

4. Из $100a = 123{,}2323...$ и $a = 1{,}232323...$ налазимо $99a = 122$ [**5 поена**]. Нека је $c = 0{,}222...$ Тада је $10c = 2{,}222...$ и $9c = 2$, па је $c=\frac{2}{9}$ [**5 поена**], а $b=\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ [**2 поена**]. Дакле, број $a=\frac{122}{99}$ је рационалан [**4 поена**], а број $b=\frac{\sqrt{2}}{3}$ ирационалан [**4 поена**].



5. Означимо $\measuredangle BAD = \alpha$ и $\measuredangle ADB = \beta$. Тада је $2\alpha + \beta = 180°$ [**5 поена**] и $\alpha = 2\beta$ [**5 поена**], па је $5\beta = 180°$, одакле је $\beta = 36°$ [**8 поена**] и $\alpha = 72°$ [**2 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА – 04.12.2020.

VIII РАЗРЕД

1. Аца, Бобан и Влада укупно имају 35 година. Ако Аца има 80% Бобанових година, а број Владиних година је за 70% већи од Бобанових, колико година има свако од њих?

2. Конвексни шестоугао има два спољашња угла од по $32°$ и два од по $38°$. Ако су остала два спољашња угла такође једнака међусобно, одреди његове унутрашње углове.

3. Дужине странице троугла су 10 cm, 12 cm и 15 cm. Одреди странице њему сличног троугла ако је збир дужина две његове краће странице 11 cm.

4. Ако се број страница многоугла повећа за 11, онда се број његових дијагонала повећа за 2 024. Колико се дијагонала из једног темена тог многоугла може конструисати?

5. Површина квадрата $ABCD$ је 48 cm^2. Тачка E је средиште странице AD, а тачка F је подножје нормале из тачке E на дијагоналу BD. Израчунај површину троугла BEF.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 54/5**) Означимо број година које имају Аца, Бобан и Влада са A, B и V. Тада важи $A + B + V = 35$, то је $0{,}8B + B + 1{,}7B = 35$ [**10 поена**], $3{,}5B = 35$, $B = 10$ [**6 поена**], па је $A = 8$ [**2 поена**] и $V = 17$ [**2 поена**].

2. (**МЛ 54/2**) Из $32° + 32° + 38° + 38° + 2\alpha_1 = 360°$ [**10 поена**], следи да је $\alpha_1 = 110°$ [**6 поена**], па су унутрашњи углови 70°, 70°, 142°, 142°, 148°, 148° [**4 поена**].

3. (**МЛ 54/1**) Нека су a, b и c странице сличног троугла. Из $\frac{10}{a}=\frac{12}{b}=\frac{15}{c}=k$ [**5 поена**] и $a + b = 11$, тј. $\frac{10}{k}+\frac{12}{k}=11$ [**5 поена**] налазимо да је $k = 2$ [**4 поена**], па је $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, $c = 7{,}5$ cm [**6 поена**].

4. Из $\frac{(n+11)(n+8)}{2}=\frac{n(n-3)}{2}+2\,024$ [**5 поена**], добијамо $n^2 + 19n + 88 = n^2 - 3n + 4\,048$, одакле је $n = 180$ [**10 поена**] и $d_n = n - 3 = 177$ [**5 поена**].

5. Дужина странице квадрата је $a=\sqrt{48}\text{ cm}=4\sqrt{3}\text{ cm}$ [**2 поена**]. Тада је $DE=\frac{a}{2}=2\sqrt{3}\text{ cm}$ [**2 поена**], $EF=\frac{DE}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}\text{ cm}$ [**2 поена**], $DF = EF = \sqrt{6}$ cm [**2 поена**], па је $BF = BD - DF = 3\sqrt{6}$ cm [**6 поена**], и $P_{BEF} = \frac{1}{2}BF\cdot EF=9\text{ cm}^2$ [**6 поена**].